1. Mátrixanalízis vizsga (1999/2000 őszi félév)

1. A $\lambda \in \mathbb{R}$ értékétől függően vizsgálja és oldja meg az alábbi egyenletrendszert:

$$\begin{aligned}
(\lambda+3)x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 &= \lambda \\
\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\
x_1 + 3x_2 - x_3 + 11x_4 &= -10 \\
x_1 + 4x_2 - x_3 + 18x_4 &= -18
\end{aligned}$$

2. Határozza meg az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

mátrix spektrálfelbontását.

3. Adja meg az

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 8 \\ 3 & 1 & 6 \\ -2 & 0 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

differenciálegyenletrendszer $\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(0) = [1, 2, 3]$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldását.

2. Mátrixanalízis vizsga (1999/2000 őszi félév)

1. A $\lambda \in \mathbb{R}$ paraméter értékétől függően vizsgálja és oldja meg az alábbi egyenletrendszert:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 - \lambda x_4 &= 5 \\ -2x_1 + \lambda x_2 + x_3 - 6x_4 &= 2\lambda - 5 \\ 3x_1 + 3x_2 - 4x_3 + (\lambda + 12)x_4 &= 9 - 2\lambda \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 4x_4 &= 4 \end{aligned}$$

2. $$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

   (a) Határozza meg az $\mathbf{A}$ mátrix Jordan-féle normálalakját.

   (b) $\sin \mathbf{A} = ?$

3. Oldja meg az

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

   differenciálegyenletrendszert.

3. Mátrixanalízis vizsga (1999/2000 őszi félév)

1. A p és q $(p, q \in \mathbb{R})$ értékétől függően vizsgálja és oldja meg az alábbi egyenletrendszert:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 5x_3 + 3x_4 &= -7 \\ x_1 + (3-2p)x_2 + x_3 + 13x_4 &= 5 \\ x_1 + px_2 + 8x_3 + 0x_4 &= -16 \\ 2x_1 + (3-p)x_2 + 8x_3 + 11x_4 &= q \end{aligned}$$

   Megjegyzés: a 3. egyenletben x_4 szorzója 0!

2.
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 3 \\ -2 & -5 & 0 & 13 \\ 0 & -3 & 2 & 3 \\ -1 & -4 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

   (a) Határozza meg az $\mathbf{A}$ mátrix Jordan-féle normálalakját.

   (b) $\cos \mathbf{A} = ?$

3. Adja meg az

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 6 \\ 2 & -2 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

   differenciálegyenletrendszer $\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(0) = [0, 1, 2]$ kezdeti feltételt kielégítő megoldását.

4. Mátrixanalízis vizsga (1999/2000 őszi félév)

1. A $\lambda \in \mathbb{R}$ paraméter értékétől függően vizsgálja és oldja meg az alábbi egyenletrendszert:

$$\begin{aligned}
x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= 1 \\
2x_1 + 7x_2 + 11x_3 + 9x_4 + 14x_5 &= 2 \\
x_1 + x_2 - 14x_3 + (\lambda - 3)x_4 - x_5 &= 1 \\
-x_1 - 2x_2 + (2\lambda + 7)x_3 - 3x_4 - x_5 &= \lambda
\end{aligned}$$

2.
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

   (a) Határozza meg az $\mathbf{A}$ mátrix Jordan-féle normálalakját.

   (b) $e^{\mathbf{A}} =?$

3. Adja meg az
$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 8 & -12 & 6 \\ 10 & -18 & 10 \\ 12 & -24 & 14 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$
differenciálegyenletrendszer $\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(0) = [1, -1, 2]$ kezdeti feltételt kielégítő megoldását.

5. Mátrixanalízis vizsga (1999/2000 őszi félév)

1. A $\lambda \in \mathbb{R}$ paraméter értékétől függően vizsgálja és oldja meg az alábbi egyenletrendszert:

$$\begin{aligned} 3x_1 - 8x_2 + 2x_3 - x_4 &= 3 \\ 5x_1 - 7x_2 - 3x_3 - 8x_4 &= 5 \\ (\lambda+4)x_1 - 11x_2 + 5x_3 + 2x_4 &= \lambda + 4 \\ x_1 + \lambda x_2 - x_3 + 2\lambda x_4 &= -\lambda \end{aligned}$$

2. Határozza meg az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

mátrix spektrálfelbontását.

3. Oldja meg az

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

differenciálegyenletrendszert.